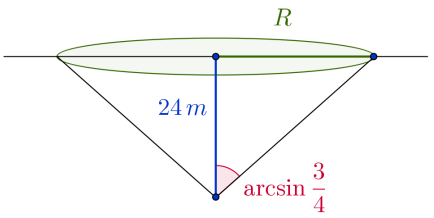
4I - Verifica del 24/01/24 - Soluzioni

Esercizio 1. (Rifrazione, 10pt) Assumiamo che la velocità di propagazione della luce sia $c = 3 \cdot 10^8\, m/s$ nell'aria e $\frac{3}{4}c$ nell'acqua. Un sommozzatore si trova in mare a $24\, m$ di profondità e guarda verso la superficie: qual è l'area del più grande cerchio in superficie che riesce materialmente a vedere?



Soluzione. Per la legge di Snell, il cono che fornisce il campo visivo del sommozzattore ha semi-apertura

$$\arcsin \frac{3}{4} = \arctan \frac{3}{\sqrt{7}},$$

dunque il raggio del cerchio cercato è $R = 24\, m \cdot \frac{3}{\sqrt{7}}$ e la sua superficie è $\pi R^2 = \frac{\pi}{7}(72\, m)^2 \approx 2326.57\, m^2$.

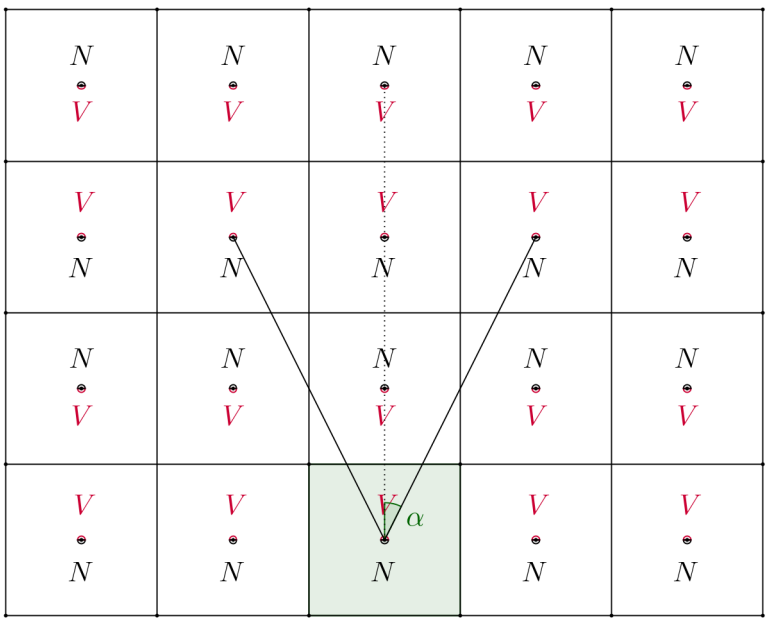
Esercizio 2. (Diffrazione, 16pt) Nell'esperimento di Young un'onda piana di luce monocromatica rossa ($\lambda = 700\, nm$) incide su due sottili fenditure distanti tra loro $s = 4\lambda$. La parete che funge da ricevitore si trova a $5\, cm$ dalle fenditure. Si rappresentino in scala le posizioni dei centri delle frange luminose.

Soluzione. Oltre che sull'asse delle fenditure, i punti di intereferenza costruttiva si trovano su tre iperboli, i cui asintoti formano con il precedente asse angoli pari a $\pm \arcsin \frac{1}{4}, \pm \arcsin \frac{2}{4}, \pm \arcsin \frac{3}{4}$.
I centri delle frange luminose hanno dunque distanze dall'asse proporzionali a

$$\left(\tan \arcsin \frac{1}{4}, \tan \arcsin \frac{1}{2}, \tan \arcsin \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{3}{\sqrt{7}}\right)$$

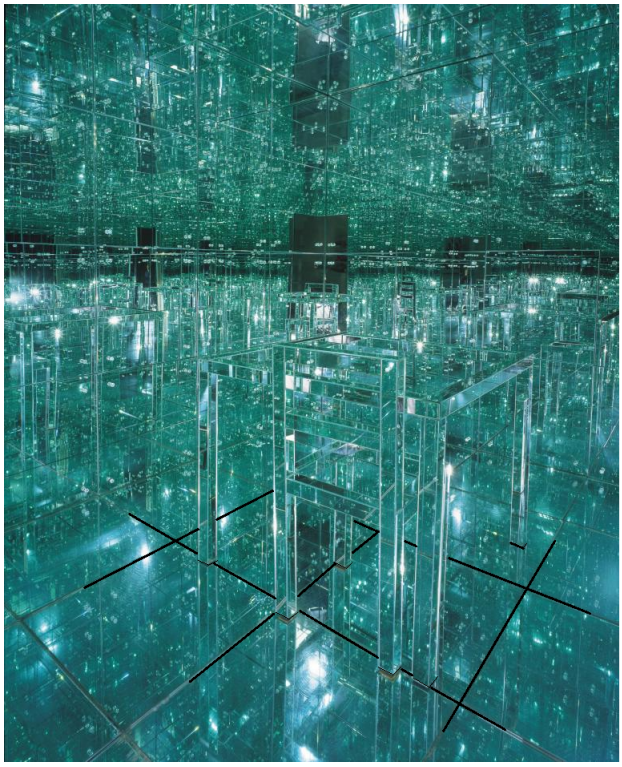
che in prima approssimazione è un vettore $\propto (12, 27, 53)$.

Esercizio 3. (Riflessione, 24pt) Jack si trova al centro di una stanza a pianta quadrata ed ha le spalle parallele alla parete che ha di fronte. Le pareti laterali della stanza sono superfici lisce perfettamente riflettenti e, come è ben noto, sia Jack che la stanza hanno altezza trascurabile. In quali punti della parete che ha di fronte Jack può vedere una immagine della propria nuca?



Soluzione. Seguiamo il principio generale per cui un percorso di rimbalzo o riflessione è rettilineo in un piano virtuale, tappezzato da simmetrici della configurazione iniziale. Nell'illustrazione V ed N indicano rispettivamente il viso e la nuca di Jack: per proporzioni, si ha che gli angoli α (misurati rispetto all'asse della parete frontale) che permettono a Jack di vedere un'immagine della propria nuca sono quelli per cui $\tan\alpha$ è un numero razionale $\frac{p}{q} \in (0,1)$ con p dispari e q pari. In particolare, assumendo che i suoi occhi siano ricevitori con risoluzione e sensibilità arbitrarie, Jack può vedere sulla parete che ha di fronte *infinite* immagini della propria nuca.

Stanze come quella dell'esercizio sono state costruite anche nella realtà: trovarsi all'interno può risultare particolarmente alienante.



A room full of mirrors - omaggio a Jimi Hendrix