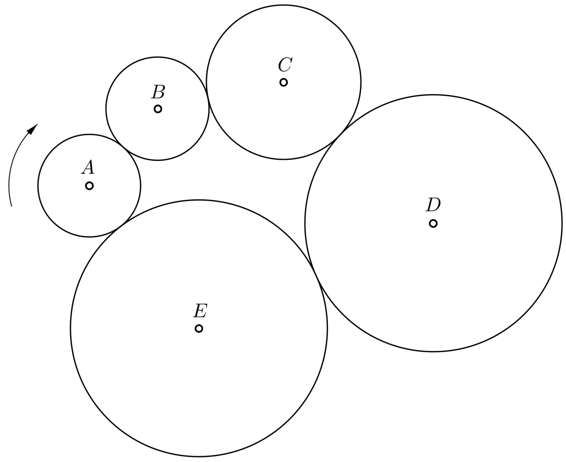
Verifica di Fisica maggio 2024 - Soluzioni

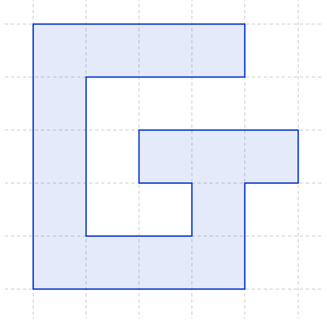


Esercizio 1. (10pt) Su una proposta di copertina di un noto testo di Matematica era riportata una configurazione di **cinque** ruote dentate analoga a quella in figura: le ruote centrate in A e B hanno raggio $2\,cm$, la ruota centrata in C ha raggio $3\,cm$ e le ruote centrate in D ed E hanno raggio $5\,cm$. Cosa avviene a tutto il sistema quando si imprime un momento alla ruota A che le fa compiere un giro al secondo in verso orario?
Attenzione: c'è un motivo per cui questa copertina non è mai andata in stampa.

Soluzione. Per quanto visto a lezione, se le ruote A ed E non fossero direttamente a contatto E compirebbe $\frac{2}{5}$ di giro al secondo, indipendentemente dai raggi di B, C, D. Poiché 5 è dispari, in tale situazione A ed E si ritroverebbero a ruotare nello stesso verso (ossia orario). La situazione descritta dal testo è in particolare fisicamente impossibile: se A ed E sono direttamente a contatto, A può ruotare al massimo di $\frac{5}{7}$ di dente, dopodiché il sistema diviene perfettamente rigido e non reagisce in alcun modo ai momenti impressi, non importa quanto intensi.

Esercizio 2. (12pt) Uno schiaccianoci, in quanto leva di secondo genere, è una macchina vantaggiosa. A casa di Jack c'è uno schiaccianoci con braccio della forza motrice di $20\,cm$ e braccio della forza resistente di $4\,cm$. La mano di Jack riesce ad esercitare una forza di compressione massima di $50\,N$, ma per rompere il guscio della noce servono almeno $400\,N$ di forza applicata. Vedendo Jack disperato nell'impresa di aprire la noce, Roberta passa a Jack un secondo schiaccianoci, identico al primo in uso. "*Cosa dovrei farci?*" chiede Jack a Roberta. "*Meno male che insegni Fisica... Mi sembra evidente:...*".
Completate la frase di Roberta.

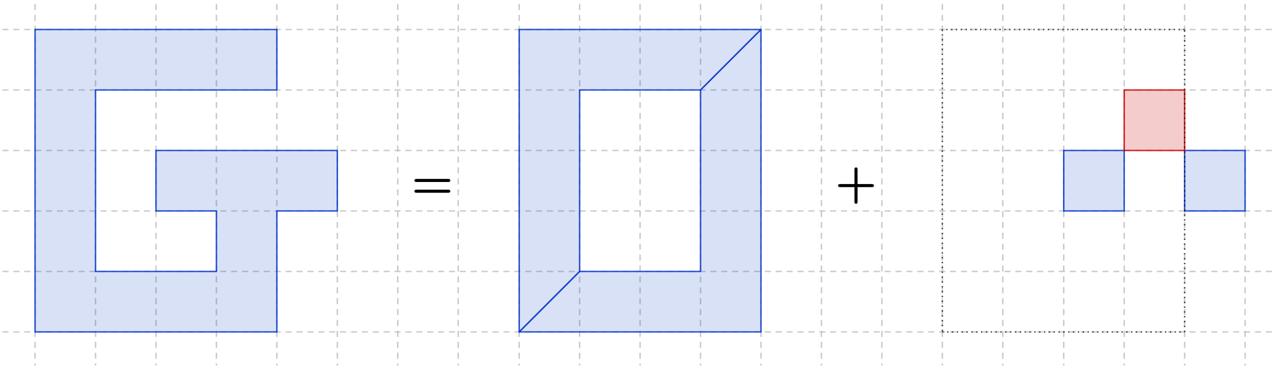
Soluzione. "Usa il nuovo schiaccianoci per serrare il manico del primo". Un singolo schiaccianoci è infatti una macchina vantaggiosa con un fattore di vantaggio uguale a 5: la forza motrice viene restituita quintuplicata all'oggetto resistente. I due schiaccianoci posti in serie costituiscono dunque una macchina composita con un fattore di vantaggio uguale a $5 \cdot 5 = 25$: con una forza motrice di soli $50\,N$ si riescono a imprimere (controllando i potenziali slittamenti di parti meccaniche con adeguati attriti) fino a $1250\,N$ di forza sul guscio della noce, che sono più che sufficienti per aprirla (forse persino per polverizzarla).
A tal proposito una celebre frase attribuita ad Archimede è "*datemi una leva e vi solleverò il mondo*".



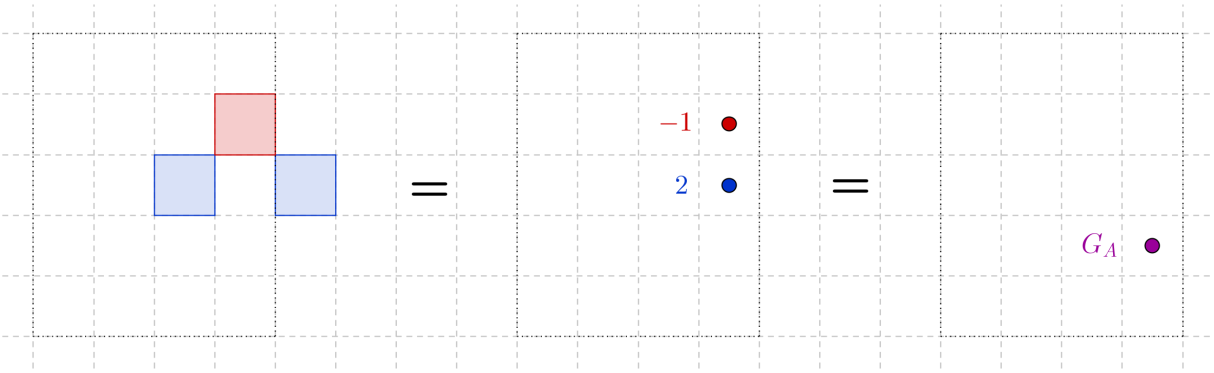
Esercizio 3. (18pt) La lettera **G** in figura è costituita da 15 quadrati di lato $1\,cm$. Considerandola come lamina omogenea, determinate a quanti centimetri di distanza dal segmento inferiore e dal segmento sinistro si trova il baricentro di tale lamina.

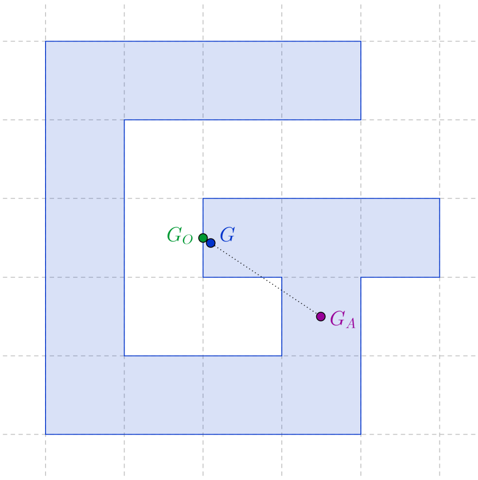
Soluzione. Una possibilità per concludere rapidamente è utilizzare una combinazione delle strategie *divide et impera* e *masse negative*.

Interpretiamo la **G** del problema come la sovrapposizione di una **O** di densità 1 e di una "astronave" **A** costituita da 2 quadretti di densità 1 e da un quadretto di densità -1. Seguono illustrazioni:



Il centro di massa G_O della **O** è il centro di simmetria, dove si accumula la massa di 14 quadretti. La massa totale dell'astronave **A** è quella di 1 quadretto, e il centro di massa G_A dell'astronave A può essere facilmente determinato come quello di un "manubrio" con estremità aventi masse -1 e 2:





A questo punto la lamina iniziale è ridotta ad un sistema di due punti materiali dei quali conosciamo sia le collocazioni che le masse. Poiché G_O ha massa 14 e G_A ha massa 1, il centro di massa G della lamina si trova ad $\frac{1}{15}$ della strada tra G_O e G_A. La distanza in orizzontale tra G_O e G_A è $\frac{3}{2}\,cm$, dunque la distanza orizzontale tra G_O e G è $\frac{1}{15} \cdot \frac{3}{2}\,cm = \frac{1}{10}\,cm$.
In verticale G_O e G_A distano di $1\,cm$, dunque G_O e G distano di $\frac{1}{15}\,cm$. Lasciando implicita l'unità di misura (il cm) segue che le coordinate di G rispetto al vertice in basso a sinistra sono

$$G = \left(2 + \frac{1}{10}; \frac{5}{2} - \frac{1}{15}\right) = (2.1; 2.4\overline{3}).$$

Altri approcci praticabili e interessanti sono ad esempio

- sommare le coordinate dei centri dei singoli quadretti che costituiscono la **G** e dividere quanto ottenuto per 15, oppure suddividere la **G** in rettangoli e lavorare di conseguenza;
- un attacco di tipo *kakuro* in cui ci limitiamo a contare quanti quadretti abbiamo per ogni riga/colonna e ricostruiamo le coordinate del centro di massa una alla volta, come medie pesate di datasets (G.Chiellini);
- interpretare la G come la differenza insiemistica tra un quadrato 5×5 e un "serpentone" (sconnesso) costituito da 5 tessere del domino, ognuna da 2 quadretti (G.Romoli).