Test sulle competenze iniziali
Classi prime - Soluzioni

Esercizio 1. Il risultato dell'operazione $\frac{2}{5} + \frac{4}{3}$ vale
$(A)\ \frac{26}{15}$ $\quad (B)\ \frac{6}{15}$ $\quad (C)\ \frac{6}{8}$ $\quad (D)$ nessuna delle precedenti

Soluzione. Si ha $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$, dunque nel nostro caso

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{3} = \frac{6+20}{15} = \frac{26}{15} \qquad \textbf{(A)}.$$

Esercizio 2. Il risultato dell'operazione $3^4 \cdot 3^5$ si può scrivere come
$(A)\ 3^{20}$ $\quad (B)\ 9^{20}$ $\quad (C)\ 3^9$ $\quad (D)$ nessuna delle precedenti

Soluzione. Per definizione di elevamento a potenza (nel caso di esponenti naturali) si ha $3^a \cdot 3^b = 3^{a+b}$, dunque la risposta corretta è 3^9 **(C)**.

Esercizio 3. Il risultato dell'operazione $7^3 + 7^2$ si può scrivere come
$(A)\ 7^5$ $\quad (B)\ 14^2$ $\quad (C)\ 14^3$ $\quad (D)$ nessuna delle precedenti

Soluzione. Per la proprietà distributiva

$$7^3 + 7^2 = 7 \cdot 7^2 + 1 \cdot 7^2 = (7+1)7^2 = 8 \cdot 7^2,$$

che è più piccolo sia di (**A**) che di (**C**), ma certamente più grande di (**B**).
La risposta corretta è dunque **(D)**.

Esercizio 4. Quanto vale $(-23)^0$?
$(A)\ 0$ $\quad (B)\ 1$ $\quad (C)\ 23$ $\quad (D)$ non ha senso perché -23 è negativo

Soluzione. Per convenzione, per qualsiasi base $b \neq 0$ si ha $b^0 = 1$.
La risposta corretta è dunque **(B)**.

Esercizio 5. Qual è il minimo comune multiplo dei numeri 18, 24, 6?
$(A)\ 42$ $\quad (B)\ 72$ $\quad (C)\ 18$ $\quad (D)$ non si può calcolare perché sono tre numeri

Soluzione. Le fattorizzazioni di $6, 18, 24$ sono $2 \cdot 3, 2 \cdot 3^2, 2^3 \cdot 3$. Il più piccolo numero naturale positivo che risulta multiplo sia di 6 che di 18 che di 24 è dunque $2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$ **(B)**.

Esercizio 6. Quando x non è zero, il valore di $-x^2$ è
(A) sempre positivo (B) sempre negativo (C) dipende da x (D) non si può calcolare

Soluzione. Per ogni $x \neq 0$ si ha $x^2 > 0$, dunque $-x^2 < 0$ **(B)**.

Esercizio 7. Qual è la frazione più piccola tra $\frac{4}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \frac{3}{100}$?
(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{3}{100}$

Soluzione. L'ordinamento corretto è $\frac{3}{100} < \frac{1}{3} < \frac{4}{5} < \frac{3}{2}$. La risposta è dunque **(D)**.

Esercizio 8. Quanto vale il rapporto tra $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{6}$?
(A) 0.4 (B) 2.5 (C) $\frac{5}{18}$ (D) $\frac{1}{90}$

Soluzione. Dividere per $a \neq 0$ è equivalente a moltiplicare per $\frac{1}{a}$, dunque

$$\frac{1/3}{5/6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0.4 \quad \textbf{(A)}.$$

Esercizio 9. Il rapporto tra 10^7 e $\frac{1}{100}$ è
(A) 10^5 (B) 10^7 (C) 10^9 (D) 10^{-9}

Soluzione. Come prima, dividere per $\frac{1}{100}$ è equivalente a moltiplicare per $100 = 10^2$, dunque la risposta corretta è $10^{7+2} = 10^9$ **(C)**.

Esercizio 10. Se sappiamo che vale la relazione $A = B/C$ allora possiamo esprimere B come
(A) $B = A \cdot C$ (B) $B = C/A$ (C) $B = A/C$ (D) $B = A - C$

Soluzione. Per definizione di divisione, $A = B/C$ è equivalente a $B = A \cdot C$ **(A)**.

Esercizio 11. La metà di $\sqrt{48}$ coincide con...
(A) $\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{24}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) nessuna delle precedenti

Soluzione. Poiché $48 = 16 \cdot 3$ abbiamo $\sqrt{48} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.
La metà di $\sqrt{48}$ è dunque $2\sqrt{3}$ **(C)**.

Esercizio 12. Cosa si può dedurre dalle affermazioni *"ogni essere umano ha un cuore"* e *"nessun cuore si trova a Stoccolma"*?
(A) almeno un abitante di Stoccolma è privo di cuore (B) non si può dedurre alcunché
(C) almeno un essere umano non è a Stoccolma (D) a Stoccolma non ci sono esseri umani

Soluzione. La risposta corretta è (**D**): una forma equivalente dell'affermazione *"nessun cuore si trova a Stoccolma"* è *"qualsiasi cuore si trova in un posto diverso da Stoccolma"*. E per via dell'affermazione iniziale, se a Stoccolma vi fossero persone vi sarebbero anche cuori.

Esercizio 13. Un triangolo equilatero ha lato di lunghezza 4. Quanto vale la sua area?
(A) $4\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{48}$ (C) 8 (D) 7

Soluzione. Dal Teorema di Pitagora e dalle simmetrie di un triangolo equilatero si ha che l'area di un generico triangolo equilatero di lato ℓ è $\frac{\sqrt{3}}{4}\ell^2$. Nel nostro caso abbiamo

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4^2 = 4\sqrt{3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{48} \quad (\mathbf{B}).$$

Esercizio 14. In un bar, 1 caffè e 2 pasticcini costano 2.70 euro. Nello stesso bar, 2 caffè e 1 pasticcino costano 3 euro. Quanti costano, in euro, 2 caffè e 2 pasticcini?
(A) non può essere determinato (B) 3.8 (C) 4 (D) 4.2

Soluzione. Immaginiamo di acquistare quanto preso dal primo e dal secondo cliente: spendiamo 5.70 euro per 3 caffè e 3 pasticcini. Ciò comporta che per acquistare un caffè e un pasticcino servono $\frac{5.70}{3} = 1.90$ euro, dunque la risposta corretta è (**B**).

Esercizio 15. Quanti quadranti del piano cartesiano sono attraversati dalla retta che passa dai punti aventi coordinate $(-5; 4)$ e $(6; 5)$?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Soluzione. Qualsiasi retta che non passa dall'origine e che non è né orizzontale né verticale attraversa esattamente 3 quadranti. La risposta corretta è dunque (**C**).

Esercizio 16. La frazione che corrisponde al numero decimale $0.\overline{12}$ (0 *virgola* 12 *periodico*) è
(A) $\frac{12}{100}$ (B) $\frac{12}{9}$ (C) $\frac{12}{90}$ (D) $\frac{12}{99}$

Soluzione. Poiché $1 = 0.\overline{99}$ abbiamo $\frac{1}{99} = 0.\overline{01}$. Di conseguenza

$$0.\overline{12} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33} \quad (\mathbf{D}).$$

Esercizio 17. Luigi ha un recinto rettangolare il cui perimetro è 12 metri, e un lato misura 4 metri. Quanto misura l'altro lato?
(A) 8 metri (B) 3 metri (C) 12 metri (D) 2 metri

Soluzione. Se il perimetro misura 12 metri, mezzo perimetro, ossia la somma delle lunghezze di due lati consecutivi, misura 6 metri. Poiché $6 - 4 = 2$, la risposta corretta è la **(D)**.

Esercizio 18. Se raddoppiamo il raggio di un cerchio, cosa succede alla sua area?
(A) raddoppia (B) dimezza (C) quadruplica (D) non cambia

Soluzione. Indipendentemente dalla forma di un sottoinsieme (misurabile) del piano, quando tutte le sue lunghezze caratteristiche vengono raddoppiate abbiamo che la sua area quadruplica **(C)**.

Esercizio 19. Qual è la distanza tra i due punti nel piano cartesiano $A(2; 3)$ e $B(0; 3)$?
(A) -2 (B) 3 (C) 5 (D) 2

Soluzione. A e B si trovano sulla stessa retta orizzontale ($y = 3$), a 2 unità di distanza l'uno dall'altro. La risposta corretta è pertanto **(D)**.

Esercizio 20. Qual è la negazione dell'affermazione *"tutti i bambini tedeschi sono biondi"*?
(A) nessun bambino tedesco è biondo (B) nessun bambino biondo è tedesco
(C) almeno un bambino tedesco non è biondo (D) tutti i bambini biondi non sono tedeschi

Soluzione. Se non è vero che *tutti i bambini tedeschi sono biondi*, allora *non tutti i bambini tedeschi sono biondi*, ossia *almeno un bambino tedesco non è biondo* **(C)**.

Risposte corrette

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	**C**	**D**	**B**	**B**	**B**	**D**	**A**	**C**	**A**

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	**D**	**B**	**B**	**C**	**D**	**D**	**C**	**D**	**C**