2E, Verifica di Fisica 05/12/24 - Soluzioni

Esercizio 1. (8$\diamondsuit$) In prima approssimazione, scavando dalla superficie terrestre diretti verso il nucleo si ha un aumento di temperatura che è direttamente proporzionale alla lunghezza scavata. Se in superficie la temperatura è di $300°K$ e nel nucleo è di $6000°K$, a quanti Km dalla superficie l'acqua inizia a bollire, supponendo che la Terra sia una sfera di raggio $6300\,Km$? Trascurate il fatto che l'aumento di pressione causa un aumento della temperatura di ebollizione dell'acqua.

Soluzione. Poiché la temperatura di ebollizione dell'acqua è $373°K$, dobbiamo scavare per una distanza che causa un aumento di $73°K$ sui $5700°K$ disponibili da superficie a nucleo. Per proporzionalità diretta la lunghezza cercata è

$$\frac{73}{5700} \cdot 6300\,Km \approx 80.68\,Km.$$

Esercizio 2. (16$\diamondsuit$) Una sfera di alluminio di massa $2.7\,Kg$ è immersa all'interno di $1\,\ell$ di mercurio, che ha massa $13.5\,Kg$. La sfera di alluminio è ancorata al fondo del recipiente per evitare il galleggiamento. Inizialmente le temperature di alluminio e mercurio sono rispettivamente $T_{Al} = 600°K$ e $T_{Hg} = 300°K$. I calori specifici dei due metalli sono $c_{Al} = 900\,\frac{J}{Kg\cdot K}$ e $c_{Hg} = 140\,\frac{J}{Kg\cdot K}$. Supponendo che non ci siano scambi di calore con l'ambiente, qual è la temperatura di equilibrio del sistema? E quanto calore è ceduto dall'alluminio al mercurio, dalla situazione iniziale fino al raggiungimento dell'equilibrio termico?

Soluzione. Per conservazione dell'energia, l'equazione che descrive l'equilibrio termico è

$$m_{Al}c_{Al}T_{Al} + m_{Hg}c_{Hg}T_{Hg} = (m_{Al}c_{Al} + m_{Hg}c_{Hg})T_{eq},$$

dunque la temperatura di equilibrio è $T_{eq} = 468.75°K$. Avendo ridotto la sua temperatura di $131.25°K$, l'alluminio ha ceduto al mercurio $m_{Al}c_{Al} \cdot 131.25°K \approx 319\,KJ$ di calore.

Esercizio 3. (20$\diamondsuit$) La densità del ferro è $7.8\,Kg/\ell$, il coefficiente di dilatazione <u>lineare</u> è $\lambda = 12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ e il calore specifico è $448\,\frac{J}{Kg\cdot K}$. Abbiamo inizialmente un cubo di ferro di volume $1\,\ell$ che si trova alla temperatura di $300°K$. Se vogliamo aumentare il volume del cubo del $4\,\%$, a che temperatura lo dobbiamo portare? E quanto calore dobbiamo fornire al cubo affinché ciò avvenga?

Soluzione. Per la teoria, il coefficiente α di espansione volumetrica è semplicemente il triplo del coefficiente di espansione lineare. Posto $V = 1\,\ell$, l'equazione che governa l'espansione desiderata è dunque

$$\frac{4}{100}V = \alpha V \cdot \Delta T \quad\Longrightarrow\quad \Delta T = \frac{4}{300\lambda} = 1111.\bar{1}°K$$

e la temperatura finale del blocco di ferro è $\approx 1411°K$, non molto sotto il punto di fusione.
Il calore fornito nel processo è $Q = m_{Fe}c_{Fe} \cdot \Delta T = 7.8 \cdot 448 \cdot 1111.\bar{1}\,J \approx 3.88\,MJ$.